

EXERCICE 1 : (6 points)

Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur \mathbb{N} telle que $U_2 = -1$ et $U_7 = 14$.

- 1) Calculer sa raison r et son premier terme U_0 .
- 2) En déduire que pour tout entier naturel n : $U_n = 3n - 7$.
- 3) Le nombre 145 peut-il être un terme de la suite (U_n) ?
- 4) Déterminer l'entier naturel n tel que $(U_{2n} - U_n) \cdot U_{n+1} = 12$.
- 5) a- Calculer $S = U_2 + U_3 + \dots + U_{13}$.
b- Exprimer la somme $S_n = U_3 + U_4 + \dots + U_{n+2}$ en fonction de n .
c- Déterminer n sachant que $S_n = 40$.

EXERCICE 2 : (3 points).

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r positive et tel que $U_0 = -5$ et $U_1 \cdot U_2 = -3$.

Calculer la raison r et déduire le terme générale U_n de cette suite.

- 2) a- Montrer que le nombre $a = 4n^3 - n^2 - 5n$ où n est un entier non nul, est divisible par $4n - 5$.
b- Déterminer les entiers naturels non nuls n pour que le nombre $b = 4n^3 - n^2 - 5n + 21$ soit divisible par $4n - 5$.

EXERCICE 3 : (5,5 points).

Soit pour $x \in [0, \pi]$ $f(x) = -2\sin^2 x + 3 \cos x$.

- 1) Montrer que $f(x) = 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2$, puis calculer $f(\frac{\pi}{2})$, $f(\frac{\pi}{3})$ et $f(\frac{2\pi}{3})$.
- 2) Résoudre dans $[0, \pi]$ chacune des équations suivantes :

a- $f(x) = 0$

b- $f(\frac{\pi}{2} - x) = -2$.

- 3) Résoudre dans $[\frac{\pi}{2}, \pi]$, l'équation $f(x) = 2 \cos x - 1$.

- 4) Sachant que $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ et que $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ calculer $\cos \alpha$ puis $f(\alpha)$.

EXERCICE 4 : (5,5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A, de sens direct, et tel que $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$. On construit à l'extérieur du triangle ABC les triangles équilatéraux ABI et BCJ. on désigne par K le milieu du segment [CJ].

Soit R la rotation directe de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

- 1) a- Préciser $R(A)$ et $R(J)$. En déduire que $IC = AJ$.

b- Montrer que $R(K) = A$ ✓

- 2) Soit (C_1) le cercle circonscrit au triangle AKB et (C_2) le cercle circonscrit au triangle BAI.

a- Montrer que $R(C_1) = (C_2)$.

b- La droite (AJ) recoupe le cercle (C_1) en M et la droite (IC) recoupe le cercle (C_2) en N.

Montrer que $R(M) = N$.

- 3) Construire un point E de la droite (AJ) et un point F de la droite (AB) tel que le triangle BEF est équilatéral direct.